העתקות לינאריות

# הגדרות

יהי העתקה לינארית.

1. קבוצה   
   נקראת תמונה של T
2. קבוצה   
   נקראת גרעין של T

# דוגמה

ו

# משפט

יהי ע"ל

1. תת מרחב
2. תת מרחב
3. נניח ש ו בסיס. אזי

# הוכחה

1. סגירות של ביחס לפעולות:  
   צ"ל =>   
   קיימים כך ש =>   
   תרגיל: =>
2. צ"ל =>   
   מתקיים =>   
   תרגיל: =>
3. => קיים כך ש. קיימים כך ש בגלל ש בסיס בV.  
   כלו  
     
   דד

=> u הוא צ"ל של

## הערה

1. מספיק ש קבוצה פורשת של V.
2. לא בהכרח בסיס ל

# דוגמה

,

נחשב . נבחר בסיס הסטנדרטי

# הערה

Im וKor לא מגדירים העתקה

## תרגיל

תנו דוגמה , כך ש אבל ()

# הערה

ל ו מתקיים:

# משפט

יהי העתקה לינארית כך ש. אזי מתקיים

## הוכחה

### למה

יהיו העתקה לינארית ו ווקטורים בV.  
אם בת"ל אזי בת"ל

#### הערה

ההפך הוא לא נכון: אם ת"ל ת"ל. לדוגמה

## המשך ההוכחה למשפט

(הערה: כי ל בסיס כלומר )

נבחר בסיס ב . קיימים כך ש. לפי למה בת"ל. נבחר בסיס ב. צ"ל בסיס בV

1. *S פורסת את V: , קיימים כך ש  
   נתבונן ב. מתקיים :  
   => קיימים כך ש:*
2. *S בת"ל: יהיו כך ש:  
   => כי בת"ל*

## הוכחה ללמה

צ"ל אם בת"ל => בת"ל.

יהיו כך ש => => כי בת"ל.

מטריצה של העתקה

# הגדרה

יהיו V,U מרחבים וקטורים ממימד סופי() ו ע"ל.  
נבחר בסיסים ו

המטריצה מוגדרת ע"י  
נקראת מטריצת העתקה T ביחס לבסיסים ו

## הערה

1. סימון

# משפט

יהיו ,   
לכל מתקיים:

# דוגמה

*יהיו בסיסים הסטנדרטיים.*

## תרגיל